148 feladat
a Kalmár László Matematikaversenyről

1. $(\frac{1}{19}+\frac{2}{19}+\cdots+\frac{18}{19})+(\frac{1}{20}+\frac{2}{20}+\cdots+\frac{19}{20})+(\frac{1}{21}+\frac{2}{21}+\cdots+\frac{20}{21})+(\frac{1}{22}+\frac{2}{22}+\cdots+\frac{21}{22})=?$
Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1985., 7. osztályosok versenye

2. Bizonyítsd be, hogy $\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\frac{1}{103}+\cdots+\frac{1}{200}>\frac{1}{2}$.
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1991., 6. osztályosok versenye

3. Igazold, hogy az $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{1022}+\frac{1}{1023}$ összeg nagyobb 5-nél, de kisebb 10-nél!
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1997., 7. osztályosok versenye

4. Igazoljuk, hogy a 2 felírható 1998 darab különböző pozitív egész szám reciprokának összegeként!
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1998., 8. osztályosok versenye

5. Igazoljuk minél rövidebben, hogy a következő egyenlőség helyes:

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+\cdots+\frac{1}{100}.$$

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1994., 8. osztályosok versenye

6. $(1-\frac{1}{2^2})\cdot(1-\frac{1}{3^2})\cdot(1-\frac{1}{4^2})\cdot\ldots\cdot(1-\frac{1}{99^2})\cdot(1-\frac{1}{100^2})=?$
Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló 1981., 8. osztályosok versenye

7. A következő szorzásban a $\star$-ok helyén álló számjegyek elmosódtak: $\star 2\star\cdot 13=2\star\star 1$. Határozd meg a hiányzó számjegyeket!
Kalmár László Matematikaverseny, 1987., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

8. A következő osztásban a $\star$-ok helyén álló számjegyek elmosódtak: $20\star\star:13=\star\star 7$. Határozd meg a hiányzó számjegyeket!
Kalmár László Matematikaverseny, 1998., 5. osztályosok versenye, országos döntő

9. Milyen számjegyeket kell írni a, b és c helyére, hogy a (tízes számrendszerben felírt) $\overline{2abc6}$ alakú szám maradék nélkül osztható legyen 1986-tal?
Kalmár László Matematikaverseny, 1986., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

10. Egy háromjegyű szám számjegyeit összeszorozzuk, majd a kapott szám számjegyeit szorozzuk össze. A kiinduló számot és a két szorzatot a következő módon ábrázolhatjuk: (azonos alakú jelek azonos számjegyeket jelölnek). $\triangle\bigcirc\bigcirc;\triangle\square;\square$
Mi volt a kiinduló szám? Indokold meg válaszodat!
Kalmár László Matematikaverseny, 1980., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

11. A következő szorzásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek:

$$\overline{BIT}\cdot\overline{BIT}=\overline{SOKBIT}.$$

Mi lehet a szorzat értéke?
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1996., 8. osztályosok versenye

12. Hány olyan n természetes szám van, amelyre igaz, hogy

$$\tfrac{1}{4}<\tfrac{n}{n+12}<\tfrac{1}{3}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
Zrínyi Ilona Matematikaverseny, országos döntő, 1992., 7. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1983., 8. osztályosok versenye

13. Oldjuk meg a pozitív egész számok halmazán az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3}$ egyenletet!
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2001., 8. osztályosok versenye

14. Melyik nagyobb:

$$\frac{3}{4} \quad \text{vagy} \quad \frac{3000001}{4000001}\,?$$

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1983., 5. osztályosok versenye

15. Melyik szám a nagyobb és miért:

$$\frac{222\,221}{222\,223} \quad \text{vagy} \quad \frac{333\,331}{333\,334}\,?$$

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1986., 7. osztályosok versenye

16. A 2, 3, 6 számok érdekes tulajdonsága, hogy összegük 11 és reciprokaik összege: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$. Állítsuk elő a 24-et és a 31-et is olyan pozitív egészek összegeként, amelyeknek reciprokait összeadva 1-et kapunk!

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1995., 6. osztályosok versenye

17. Az országos döntő második fordulójába kilenc ötödikes került be, lányok és fiúk vegyesen. Itt a lányok hat tized része legalább két feladatot oldott meg hibátlanul. Hány ötödikes fiú és hány ötödikes lány került az országos döntő második fordulójába?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1987., 5. osztályosok versenye

18. Hogyan lehet 7 egyforma kenyeret igazságosan elosztani 12 éhes vándor között úgy, hogy egyik kenyeret se kelljen 12 részre vágni? Próbáld meg minél kevesebb vágással megoldani!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1985., 5. osztályosok versenye

19. Bence összeadta 1-től 20-ig a pozitív egész számok reciprokát. A kapott törtet egyszerűsítette, és azt állítja, hogy az egyszerűsítés után kapott tört számlálója osztható 5-tel. Igaza van-e?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1999., 5. osztályosok versenye

20. Hány olyan négyjegyű szám van, amelyben van ismétlődő számjegy (pl. 2213, 4142, 1100)?

Kalmár László Matematikaverseny 7. osztályosok versenye, 1996, megyei forduló

21. Hány olyan négyjegyű szám van, amelyben csak két különböző számjegy fordul elő?

Kalmár László Matematikaverseny 6. osztályosok versenye, 1998, országos döntő

22. A háromjegyű számok között melyikből van több, amelyiknek minden számjegye páros, vagy amelyiknek minden számjegye páratlan? Miért?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1996, 5. osztályosok versenye

23. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben a páratlan számjegyek száma páratlan? Állításodat indokold!

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1993, 5. osztályosok versenye

24. Hány olyan ötjegyű szám van, amelyet ha „hátulról” előre olvasunk, ugyanazt a számot kapjuk (például ilyen szám: 12321)?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1994, 5. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1999, 5. osztályosok versenye

25. Hányféleképpen választhatunk ki 1 és 20 között 2 egész számot úgy, hogy összegük páros legyen?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1994, 6. osztályosok versenye

26. Hányféleképpen választhatunk ki három különböző, 30-nál nem nagyobb pozitív egész számot úgy, hogy összegük páros legyen?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1994, 8. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1998, 6. osztályosok versenye

27. Adott a síkon két párhuzamos egyenes, az egyiken 10, a másikon 20 pont. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai az adott pontok közül kerülnek ki?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1995, 7. osztályosok versenye

28. Egy négyzet mindegyik oldalát 7 egyenlő részre osztottuk. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a négyzet oldalain megjelölt (csúcsoktól különböző) osztópontokból kerülnek ki?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1995, 8. osztályosok versenye

29. Mennyi azoknak a csupa különböző számjegyekből álló 4-jegyű számoknak az összege, amelyeknek számjegyei közt csak az 1, 2, 3, 4 szerepelnek?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1995, 7. osztályosok versenye

30. Képzeletben írjuk fel az összes olyan négyjegyű számot, amelynek jegyei csak az 1, 2, 3, 4 számok közül kerülhetnek ki (egy jegy többször is előfordulhat egy ilyen négyjegyű számban). Számítsd ki az ilyen négyjegyű számok összegét!

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1987, 8. osztályosok versenye

31. Egy körmérkőzéses versenyen (mindenki mindenkivel játszik) eddig 65 mérkőzést játszottak le és még mindenkinek 2 mérkőzése van hátra. Hányan indultak a versenyen?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1992, 7. osztályosok versenye

32. Van-e olyan egész szám, amelynek négyzete így írható: $1999^{2000} + 1$?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 2000. 7. osztályosok versenye

33. Lehet-e egy pozitív egész szám négyzete a következő szám: $1998^{15} + 2$? Állításodat indokold!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1998. 7. osztályosok versenye

34. Lehet-e $172^{1996} + 7$ egy egész szám négyzete?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1996. 7. osztályosok versenye

35. Valaki azt állította, hogy egy pozitív egész szám négyzetének a számjegyeit összeadta és 1995-öt kapott. Igaza van-e?

Zrínyi Ilona Matematikaverseny 1995. 7. osztályosok versenye, országos döntő

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1996. 8. osztályosok versenye

36. Van-e olyan pozitív egész szám, amelyet négyzetre emelve és a kapott szám számjegyeit összeadva
a) 2001-et kapunk?
b) 2002-t kapunk?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2000. 8. osztályosok versenye

37. Az A pozitív egész szám tízes számrendszerbeli alakja 1999 darab 2-es és néhány 0 számjegyet tartalmaz. Lehet-e ez a szám négyzetszám?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1999. 7. osztályosok versenye

38. Összeadtuk az egész számokat 1-től 1999-ig. A kapott szám egész szám négyzete-e vagy nem?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1999. 6. osztályosok versenye

39. Leírtuk sorban egymás mellé a pozitív egész számokat 1-től 1999-ig. Az így kapott tízes számrendszerbeli szám négyzetszám, vagy nem?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1999. 8. osztályosok versenye

40. Vannak-e négyzetszámok a következő sorozatban: 11, 111, 1111, 11 111, ... ?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1997. 7. osztályosok versenye,
1998. 6. osztályosok versenye

41. Adjuk meg az összes olyan kétjegyű számot, amelyeknek a négyzete három azonos, 0-tól különböző számjegyre végződik!

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1999. 7. osztályosok versenye

42. Bizonyítsd be, hogy négy egymást követő pozitív egész szám összege nem lehet négyzetszám!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1992. 8. osztályosok versenye

43. Lehet-e két páratlan szám négyzetének összege is egy egész szám négyzete?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1994. 5. osztályosok versenye

44. Igazoljuk, hogy öt egymást követő pozitív egész szám négyzetének összege nem lehet egy egész szám négyzete!

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1995. 8. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2001. 7. osztályosok versenye

45. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek fele egy egész szám négyzete, ötöde pedig egy egész szám köbe (harmadik hatványa)?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1998. 6. osztályosok versenye

46. Keress olyan pozitív egész számot, amelyet 2-vel szorozva négyzetszámot, 3-mal szorozva köbszámot, 5-tel szorozva teljes ötödik hatványt kapunk!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1989. 8. osztályosok versenye

47. Döntsd el, hogy a következő 13-jegyű szám négyzetszám vagy sem: 1020304030201.

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1993. 8. osztályosok versenye

48. Igaz-e, hogy a következő alakú, tízes számrendszerben felírt számok mind négyzetszámok: 49, 4489, 444889, 44448889, ...

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1993. 7. osztályosok versenye

49. Négyzetszám-e a következő kivonás eredményeként kapott szám: $11111112222222 - 3333333$?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2000. 8. osztályosok versenye

50. Van-e olyan négyzetszám, amely 1988-cal kezdődik? Ha találtál ilyet, írd le azt is, milyen módszert használtál, hogyan gondolkodtál!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1988. 8. osztályosok versenye

51. Melyik az a négyjegyű szám, mely egy egész szám négyzete és az első két jegye is egyenlő, meg az utolsó két jegye is egyenlő?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1992. 6. osztályosok versenye

52. Melyik az a négyjegyű szám, amely teljes négyzet és a szám első két jegyéből meg az utolsó két jegyéből álló szám is teljes négyzet?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1991. 8. osztályosok versenye

53. Legyen a és b olyan pozitív egész, amelyre $b^2 = a - b$. Bizonyítsd be, hogy $a + b + 1$ négyzetszám.

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1995. 8. osztályosok versenye

54. Az n pozitív egész szám mely értékeire igaz, hogy az $n^2 + 4n - 5$ egy egész szám négyzete?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 2000. 8. osztályosok versenye

55. Számold össze, hány pozitív osztója van 16 200-nak!

Kalmár László Matematikaverseny 1991., 5. osztályosok versenye, országos döntő

56. Hány különböző alakú téglalapot lehet összeállítani 72 darab egyforma (egybevágó) négyzetlapból, ha egy-egy téglalaphoz mindegyik négyzetlapot fel kell használni?

Kalmár László Matematikaverseny, 2001., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

57. Melyek azok a páros számok, amelyek előállíthatók két négyzetszám különbségeként?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1988. 7. osztályosok versenye

58. Megoldható-e az egész számok körében az $x^2 + y^2 = 2001$ egyenlet?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2001. 7. osztályosok versenye

59. Egy nagy családban a gyerekek átlagos életkora 11 év. A legidősebb gyerek 17 éves, a többiek átlagos életkora 10 év. Hány gyerek van a családban? (A gyerekek életkorát egész évnek vesszük.)

Kalmár László Matematikaverseny 1983., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

60. Ha négyszer annyi pénzem lenne, mint amennyi van, akkor vagyonom annyival lenne több ezer forintnál, mint amennyi most hiányzik belőle. Hány forintom van?

Kalmár László Matematikaverseny 1992., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

61. Andris azt mondta Bélának: az én pénzem 3/5-éhez még 70 forintot kell adni, és akkor annyi forintot kapunk, mint ahány van neked. Béla így válaszolt: neked csak 30 forinttal van több pénzed, mint nekem. Mennyi pénzük van külön-külön?

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1994., 5. osztályosok versenye

62. Egy apa most hétszer annyi idős, mint a fia. Tíz év múlva az apa háromszor olyan idős lesz, mint a fia. Hány éves most az apa és a fia?

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1997., 5. osztályosok versenye

63. Bontsd fel a 60-at két szám összegére úgy, hogy az egyik szám hetede egyenlő legyen a másik szám nyolcadával!

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1991., 5. osztályosok versenye

64. 18 pénzdarab van a zsebemben, csupa 2 és 5 forintos. Ha annyi ötösöm lenne, mint ahány kettesem van, és annyi kettesem, mint ahány ötösöm, akkor kétszer annyi pénzem lenne, mint amennyi van.

Mennyi pénzem van?

Kalmár László Matematikaverseny 1985., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

65. Osszuk fel a 45-öt 4 részre úgy, hogy ha az első részhez 2-t adunk, a másodikat 2-vel csökkentjük, a harmadikat 2-vel szorozzuk, a negyediket 2-vel osztjuk, akkor egyenlő számokat kapunk!

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1995., 5. osztályosok versenye

66. Egy klub tagjai összejövetelükre egy termet bérelnek. Összesen tízen vettek részt az ülésen. A bérleti díjat a résztvevők fizetik ki, mindenki ugyanannyit. Ha 5-tel többen lettek volna, akkor fejenként 1000 Ft-tal kevesebbet kellett volna fizetni a teremért. Mennyi terembért fizettek összesen?

Kalmár László Matematikaverseny 1997., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

67. Melyik az a négy pozitív egész szám, amelyeket páronként összeadva a következő számokat kapjuk: 4, 5, 7, 8, 10, 11?

Kalmár László Matematikaverseny 1992., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

68. Fél öt és öt óra között Jancsi megnézi a karóráját, a mutatók éppen egy egyenesbe esnek. Hány perc múlva lesznek legközelebb merőlegesek egymásra a mutatók?

Kalmár László Matematikaverseny 1982., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

69. Az óra kis- és nagymutatója pontosan 12 órakor egybeesik. Legközelebb mikor esnek újra egy egyenesbe?

Kalmár László Matematikaverseny 1990., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

70. Az óra és a percmutató déli 12 órakor fedik egymást. Legközelebb hány órakor fogják ismét fedni egymást?

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1994., 5. osztályosok versenye

71. A két unoka életkora a nagymama életkorának két számjegyével egyenlő. Hármuk életkorának összege 72 év. Hány évesek külön-külön?

Kalmár László Matematikaverseny 2000., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

72. Melyek azok a tízes számrendszerben felírt háromjegyű számok, amelyekre igaz, hogy egyenlők számjegyeik összegének 12-szeresével?

Kalmár László Matematikaverseny 1998., 6. osztályosok versenye, országos döntő, ill. 1987., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

73. Egy háromjegyű tízes számrendszerbeli szám egyenlő a számjegyei összegének 15-szörösével. Melyik lehet ez a szám?

Kalmár László Matematikaverseny 2000., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

74. Keresd meg mindazokat a tízes számrendszerben felírt számokat, amelyek számjegyeik összegének 13-szorosai!

Kalmár László Matematikaverseny 1985., 8. osztályosok versenye, megyei forduló

75. Egy tízes számrendszerben felírt szám egyenlő számjegyei összegének 17-szeresével. Melyik lehet ez a szám?

Kalmár László Matematikaverseny 1995., 7. osztályosok versenye, országos döntő

76. Melyek azok a tízes számrendszerbeli háromjegyű számok, amelyek egyenlőek számjegyeik összegének 19-szeresével?

Kalmár László Matematikaverseny 1992., 7. osztályosok versenye, országos döntő

77. Melyek azok a háromjegyű tízes számrendszerbeli számok, amelyek egyenlők számjegyeik összegének 34-szeresével?

Kalmár László Matematikaverseny 2001., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

78. Van 48 darab egyforma (egybevágó) kockánk. Hányféle különböző alakú téglatestet lehet ezekből összerakni, ha egy-egy téglatestnél mindet fel kell használni?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója 1997., 5. osztályosok versenye

79. Egy kocka 6 lapja közül 2-t pirosra, 2-t kékre, 2-t sárgára akarunk festeni. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha az elmozgatással fedésbe vihető kockákat azonosnak tekintjük?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1998., 5. osztályosok versenye

80. Egy kocka minden lapját pirosra vagy kékre festhetjük. Hány különböző kockát tudunk így készíteni, ha csak azokat a kockákat tekintjük különbözőnek, amelyeket elmozgatással nem lehet fedésbe hozni?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója 1999., 5. osztályosok versenye

81. Andi és Bea a következő játékot játsszák. Nyolc színes gyurmagolyót, amelyek közül 2 piros, 2 kék, 2 zöld és 2 sárga, felváltva egy kocka csúcsaiba nyomnak. Andi kezd, bármelyik golyót bármelyik csúcsba teheti. Ezután Bea következik, a megmaradt golyókból bármelyiket egy még szabad kockacsúcsba teheti. Ezután újra Andi jön, majd Bea mindaddig, amíg van golyó (és így szabad kockacsúcs is). Andi nyer, ha a végén van olyan éle a kockának, amelynek két végén azonos színű golyó van, ellenkező esetben Bea nyer. Ki tud győzni ebben a játékban?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1999., 5. osztályosok versenye

82. Hány egybevágó kockát ragasszunk össze oszloppá, ha az eredeti kocka felszínénél háromszor nagyobb felszínű testet szeretnénk kapni?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója 1985., 6. osztályosok versenye

83. Egy kockát két szemközti lapjával párhuzamos síkokkal úgy „szeletelünk fel”, hogy a keletkezett testek felszínének összege háromszorosa legyen a kocka felszínének. Hány síkkal szeleteltük fel a kockát?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója 1993., 6. osztályosok versenye

84. Egy adott kockát mindegyik lapjára tükrözünk. Az így kapott test (az eredeti kockával együtt) térfogata hányszorosa a kocka térfogatának? És a felszíne hányszorosa a kocka felszínének?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1992., 5. osztályosok versenye

85. Egy kockát tetraéderekre darabolunk. Legalább hány tetraédert kapunk?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1995., 8. osztályosok versenye

86. Egy kocka minden lapjára egy síkot fektetünk rá. Hány részre osztják ezek a síkok a teret? Állításodat indokold!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója 1991., 5. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1993., 5. osztályosok versenye

87. Mekkora szöget zár be a kocka egyik csúcsából kiinduló két lapátlója?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője 1997., 5. osztályosok versenye

88. Egy sorozatot a következő módon képezünk. A sorozat első tagja 1997. Minden következő tagot úgy kapunk, hogy az előző tagból kivonjuk a számjegyeinek összegét (pl. 1997, $1997-26=1971, \dots$) Mi lesz a sorozat első olyan tagja, amelyik egyjegyű szám?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1997., 7. osztályosok versenye
Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1993., 7. osztályosok versenye

89. Pisti azt tapasztalta, hogy ha egy négyjegyű számhoz hozzáadja a fordítottját (azt a számot, amelyet az eredeti szám jegyeinek fordított sorrendbe írásával kaptunk), akkor az összeg mindig osztható 11-gyel. A két szám különbségéről azt találta, hogy mindig osztható 9-cel. Igaza van-e? Magyarázd meg a tapasztalatot! Mit tapasztalsz, ha ötjegyű számokkal is próbálkozol?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1980., 8. osztályosok versenye

90. Kiválasztunk egy tetszőleges háromjegyű számot és négyzetreemeljük. Ezután a kiválasztott szám számjegyeit fordított sorrendben leírjuk, és a kapott számot emeljük négyzetre. A két négyzet közül a nagyobbikból kivonjuk a kisebbiket. Igaz-e, hogy az eredmény mindig osztható 99-cel?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1993., 8. osztályosok versenye

91. Írj fel egy tetszőleges háromjegyű számot (például: 235), majd készítsd el azt a 6-jegyű számot, ami ennek a számnak a kétszeri egymás után írásával keletkezik (235 235). A kapott szám mindig osztható 13-mal! Magyarázd meg, miért igaz ez mindig!

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1993., 6. osztályosok versenye

92. Bizonyítsd be, hogy ha egy tetszőleges kétjegyű számot háromszor egymás után írsz, az így kapott hatjegyű szám osztható lesz 13-mal!

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1982., 8. osztályosok versenye

93. Egy tetszőleges kétjegyű szám után írjunk egy nullát, majd újra a kétjegyű számot. Mutasd meg, hogy az így kapott ötjegyű szám mindig osztható 11-gyel és 13-mal is!

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 1991., 6. osztályosok versenye

94. Béla azt állítja, hogy a hatjegyű számokra ismer egy 37-tel való oszthatósági szabályt. Például: 413364 osztható 37-tel, mert $413 + 364 = 777$ osztható 37-tel. Ugyanakkor 113231 nem osztható 37-tel, mert $113 + 231 = 344$ nem osztható 37-tel.

Fogalmazd meg a szabályt és bizonyítsd be, hogy a szabály helyes!

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1994., 6. osztályosok versenye, 1995., 7. osztályosok versenye

95. Igazoljuk, hogy ha az $\overline{abcabc}$ hatjegyű szám osztható 37-tel, akkor a $\overline{bcabca}$ hatjegyű szám is osztható 37-tel!

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1996., 8. osztályosok versenye

96. Tudjuk, hogy p és q olyan pozitív egész számok, amelyekre $3p + 4q$ osztható 11-gyel. Igaz-e, hogy ekkor $p + 5q$ is osztható 11-gyel?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1991., 7. osztályosok versenye

97. Határozzuk meg az összes olyan n egész számot, amelyre az $\frac{n^2+2}{n+1}$ tört értéke egész szám!

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1991., 8. osztályosok versenye

98. Előállítható-e 2^{20} néhány (legalább kettő) egymást követő pozitív egész szám összegeként?

Kalmár László Matematikaverseny megyei döntője, 1990., 7. osztályosok versenye

99. Állítsd elő 1996-ot egynél több, egymást követő pozitív egész szám összegeként!

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1996., 8. osztályosok versenye

100. Hányféleképpen lehet 1989-et előállítani egymást követő pozitív egészek összegeként?

Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója, 1989., 8. osztályosok versenye

101. Melyek azok a p és q prímszámok, amelyekre $p + q$ is és $p - q$ is prímszám?

Kalmár László Matematikaverseny országos dönő, 1997., 6. osztályosok versenye

102. Van-e 7, 13, 19, 25, ... sorozat (minden tag 6-tal nagyobb, mint az előző) tagjai között olyan szám, amely előállítható két prímszám különbségeként?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1994., 7. osztályosok versenye

103. Van-e olyan pozitív egész k szám, amelyre igaz, hogy $k+5$, $k+7$ és $k+15$ egyszerre prímszámok?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1993., 6. osztályosok versenye

104. Milyen p prímszámra lesz $2p + 1$, $3p + 2$, $4p + 3$ és $6p + 1$ mindegyike prím?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1992., 7. osztályosok versenye

105. Oldjuk meg a prímszámok körében a következő egyenletet: $x^2 - 1 = 2y^2$.

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1999., 8. osztályosok versenye

106. Egy háromjegyű páratlan számról meg kell állapítani, hogy prímszám-e vagy összetett. Okos Berci 3-tól 31-ig nem talált osztót. Ezek után azt mondta, hogy a szám biztosan prímszám. Igaza volt? Miért?

Kalmár László Matematikaverseny megyei forduló, 1985., 7. osztályosok versenye

107. Adott egy 3-nál nagyobb p prímszám és tudjuk, hogy p-nek egy hatványa 20 jegyű szám. Igazoljuk, hogy a 20 számjegy között van legalább 3 azonos!

Kalmár László Matematikaverseny országos döntő, 1996., 7. osztályosok versenye

108. Az $\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\cdot98\cdot99\cdot100}{2^{100}}$ törtet egyszerűsítjük, amíg lehet. Mi lesz a végeredményként kapott tört nevezője? (2^{100} azt a 100 tényezős szorzatot rövidíti, amelynek minden tényezője 2; a számláló is 100 tényezős szorzat.)

Kalmár László Matematikaverseny 1987., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

109. Mi lesz az $\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\cdot98\cdot99\cdot100}{2^{50}\cdot3^{50}}$ tört nevezője, ha az összes lehetséges egyszerűsítéseket elvégezzük?

Kalmár László Matematikaverseny 1993., 7. osztályosok versenye, országos döntő

110. Összeszoroztuk az első száz pozitív egész számot. Mi lesz a szorzat tízes számrendszerben felírt alakjában a jobbról számított 24. számjegy?

Kalmár László Matematikaverseny 1986., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

111. A következő szorzat eredményét prímszámok hatványának szorzata alakjában írjuk fel. Mennyi lesz ebben a 2 kitevője?

$$31 \cdot 32 \cdot 33 \cdot \ldots \cdot 59 \cdot 60$$

Kalmár László Matematikaverseny 1995., 6. osztályosok versenye, országos döntő

112. Bizonyítsd be, hogy 20 egész szám közül mindig kiválasztható kettő, melyek különbsége osztható 19-cel!

Kalmár László Matematikaverseny 8. osztályosok versenye, 1991., országos döntő

113. A $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \ldots$ sorozatban található-e két olyan különböző szám, amelyek különbsége osztható 100-zal?

Kalmár László Matematikaverseny 8. osztályosok versenye, 1995., megyei forduló

114. Igaz-e, hogy bármely öt egész szám között van három olyan szám, amelyek összege osztható 3-mal?

Kalmár László Matematikaverseny 5. osztályosok versenye, 1992., országos döntő

115. Az $1, 2, 3, \ldots, 20$ számok közül kiválasztottunk 11-et. Mutasd meg, hogy a kiválasztott számok között mindig van kettő olyan, amely közül egyik osztója a másiknak!

Kalmár László Matematikaverseny 8. osztályosok versenye, 1990., megyei forduló

116. Tetszőlegesen megadunk 10 darab pozitív egész számot, amelyek közül egyik sem osztható 10-zel. Igaz-e, hogy ekkor van köztük néhány olyan (esetleg az összes), amelyeknek összege osztható 10-zel?

Kalmár László Matematikaverseny 7. osztályosok versenye, 1994., országos döntő

117. Egy 3×3-as négyzet alakú táblázat minden mezőjébe beírjuk az 1 és -1 számok valamelyikét. Ezután összeadjuk a sorokba írt számokat, majd az egyes oszlopokba írt számokat is. Igazoljuk, hogy az így kapott 6 szám között mindig van legalább kettő egyenlő!

Kalmár László Matematikaverseny 5. osztályosok versenye, 1996., országos döntő

118. A kilenctagú (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) számsorozatot állítsuk elő minél kevesebb olyan 9 tagú számsorozat „összegeként”, amelyek mindegyikében csak kétféle szám szerepel [például: (0, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 0, 0) egy ilyen sorozat]. A 9 tagú sorozatok „összegét” úgy értelmezzük, hogy az azonos helyen álló számokat adjuk össze [például: $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1) + (0, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 0, 0) = (1, 3, 2, 0, 1, 2, 2, 0, 1)$].

Kalmár László Matematikaverseny 8. osztályosok versenye, 1994., megyei forduló

119. Egy téglalap oldalai 5 és 9 egység. A téglalapot felbontottuk 10 darab egész oldalhosszúságú téglalapra. Igazoljuk, hogy ezek között van két egyenlő területű téglalap!

Kalmár László Matematikaverseny 8. osztályosok versenye, 1994., országos döntő

120. Adott egy 3-nál nagyobb p prímszám és tudjuk, hogy p-nek egy hatványa 20 jegyű szám. Igazoljuk, hogy a 20 számjegy között van legalább 3 azonos!

Kalmár László Matematikaverseny 7. osztályosok versenye, 1996., országos döntő

121. Egy teremben 30 ember gyűlt össze. Vannak közöttük olyanok, akik ismerik egymást, és olyanok is, akik nem (az ismeretség kölcsönös). Mutassuk meg, hogy a 30 ember között van 2 olyan, akiknek a teremben azonos számú ismerőse van!

Kalmár László Matematikaverseny 5. osztályosok versenye, 1998., országos döntő

122. Milyen számjegyeket kell írni a $\star$-ok helyére, hogy a tízes számrendszerben felírt $32\star35717\star$ szám osztható legyen 72-vel?

Kalmár László Matematikaverseny, 2000., 6. osztályosok versenye, országos döntő

123. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amely 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at és 6-tal osztva 4-et ad maradékul?

Kalmár László Matematikaverseny, 1995., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

124. Melyik az a legkisebb, 1-nél nagyobb egész szám, amely 2-vel, 3-mal, 5-tel, 7-tel és 11-gyel osztva is 1 maradékot ad?

Kalmár László Matematikaverseny, 2001., 5. osztályosok versenye, országos döntő

125. Egy A pozitív egész szám 3-mal osztva 1 maradékot, 37-tel osztva 33 maradékot ad. Mennyi maradékot ad A, ha 111-gyel osztjuk?

Kalmár László Matematikaverseny, 1993., 7. osztályosok versenye, országos döntő

126. Van-e olyan egész szám, amely 16-tal osztva 4-et, 20-szal osztva 5-öt ad maradékul?

Kalmár László Matematikaverseny, 1997., 7. osztályosok versenye, országos döntő

127. Melyik lehet az a két pozitív egész szám, amelyek összege 168 és legnagyobb közös osztója 24?

Kalmár László Matematikaverseny 1997., 6. osztályosok versenye, országos döntő

128. Két páratlan szám, a és b különbsége 64. Mennyi lehet legfeljebb a és b legnagyobb közös osztója?

Kalmár László Matematikaverseny 1994., 8. osztályosok versenye, megyei forduló

129. Igazoljuk, hogy bármely $n \geq 1$ egész számra $21n + 4$ és $14n + 3$ legnagyobb közös osztója 1.

Kalmár László Matematikaverseny 1992., 8. osztályosok versenye, országos döntő

130. Az a_1, a_2, a_3, ... , a_{49} pozitív egész számok összege 999. Legfeljebb mennyi lehet ennek a 49 számnak a legnagyobb közös osztója?

Kalmár László Matematikaverseny 2001., 8. osztályosok versenye, országos döntő

131. Milyen számjegyre végződik 2^{1986}? Állításodat indokold meg!

Kalmár László Matematikaverseny 1986., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

132. Milyen számjegyre végződik 1992^{1991}?

Kalmár László Matematikaverseny 1991., 5. osztályosok versenye, országos döntő

133. Milyen számjegyre végződik a következő szorzat: $246^{16} \cdot 315^{18} \cdot 417^{20}$?

Kalmár László Matematikaverseny 1997., 6. osztályosok versenye, országos döntő

134. Lehet-e $172^{1996} + 7$ egy egész szám négyzete?

Kalmár László Matematikaverseny 1996., 7. osztályosok versenye, országos döntő

135. Felbontható-e két egymást követő pozitív egész szám szorzatára $3^{11} + 1$?

Kalmár László Matematikaverseny 1997., 6. osztályosok versenye, országos döntő

136. Igazoljuk, hogy három egymást követő egész szorzata, ha a középső négyzetszám, mindig osztható 10-zel!

Kalmár László Matematikaverseny 1988., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

137. Osztható-e 10-zel a $73^{73} + 37^{37}$ szám?

Kalmár László Matematikaverseny 1981., 7. osztályosok versenye, megyei forduló

138. Bizonyítsd be, hogy a $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \cdots + 7^{18} + 7^{19} + 7^{20}$ összeg osztható 100-zal!

Kalmár László Matematikaverseny 1985., 8. osztályosok versenye, megyei forduló

139. Legfeljebb hány nullára végződik egy $9^n + 1$ alakú szám, ahol n pozitív egész?

Kalmár László Matematikaverseny 1992., 7. osztályosok versenye, országos döntő

140. Két egész számot nevezzünk egymás tükörképének, ha ugyanazokból a számjegyekből áll, csak fordított sorrendben (például 246 és 642 egymás tükörképei). Két tükörkép szám szorzata 92 565. Melyik ez a két szám?

Kalmár László Matematikaverseny, 1988., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

142. Három egymást követő páratlan számot összeszoroztunk, majd a kapott eredményt megszoroztuk 5-tel. Így egy következő alakú hatjegyű számot kaptunk: $\overline{ABABAB}$, ahol A és B számjegyek. Mi volt az eredeti három páratlan szám?

Kalmár László Matematikaverseny, 1993., 6. osztályosok versenye, országos döntő
Varga Tamás Matematikaverseny, 1996., 8. osztályosok versenye, országos döntő

141. Az a, b, c számjegyekre igaz, hogy a következő tízes számrendszerben felírt számok mind négyzetszámok: a, $\overline{ab}$, $\overline{cb}$, $\overline{cacb}$. Melyek ezek a számjegyek?

Kalmár László Matematikaverseny, 1985., 6. osztályosok versenye, megyei forduló

143. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek utolsó számjegye 6, és ha az utolsó helyről a 6-os számjegyet az első helyre tesszük (a többi számjegy változatlan marad), akkor a négyszeresét kapjuk?

Kalmár László Matematikaverseny, 1991., 5. osztályosok versenye, megyei forduló

144. Melyik az a tízes számrendszerben felírt legkisebb pozitív egész szám, amelyre igaz, hogy 2-esre végződik, és ha ezt a 2-est a szám végéről áthelyezzük a szám elejére, akkor éppen a szám kétszeresét kapjuk?

Kalmár László Matematikaverseny, 1993., 5. osztályosok versenye, országos döntő

145. Egy ötjegyű szám elejére 1-est írunk. A kapott hatjegyű számot 3-mal megszorozva azt a hatjegyű számot kapjuk, amely az előbbi ötjegyű számból úgy is előállítható, hogy az 1-est a végére írjuk. Melyik ez az ötjegyű szám?

Kalmár László Matematikaverseny, 1992., 6. osztályosok versenye, megyei forduló
Kalmár László Matematikaverseny, 1995., 7. osztályosok versenye, országos döntő

146. Van-e olyan háromjegyű pozitív egész szám, amelynek minden pozitív egész kitevőjű hatványa ugyanarra a három számjegyre végződik?

Kalmár László Matematikaverseny 1993., 8. osztályosok versenye, országos döntő

147. Előállítható-e 2001 két egész szám négyzetének összegeként?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 2001., 7. osztály

148. Két padon 6-6 gyerek ült. Valamennyien különböző életkorúak (az életkorok egész számok), és az egyik padon ülő gyerekek életkorának összege és szorzata is megegyezik a másik padon ülők életkorának összegével és szorzatával. A legidősebb gyerek 16 éves. Hány évesek azok a gyerekek, akik vele egy padon ülnek?

Kalmár László Matematikaverseny, 1993., 6. osztályosok versenye, országos döntő